



# HydroExpert

**Manual de criação de tendências em planilhas**



**HydroByte**  
Software

Agosto 2015

---

**HydroByte Software**

[www.hydrobyte.com.br](http://www.hydrobyte.com.br)

Manual da representação matemática e computacional do recurso de criação de tendências por extrapolação em planilhas da interface gráfica do sistema HydroExpert.

Autor: Marcelo Augusto Cicogna ([support@hydrobyte.com.br](mailto:support@hydrobyte.com.br)).

Versão 1.3 atualizada em 2015-08-21.

Impressão realizada em 2015-08-21.

Arquivo: Manual-HydroExpert-Grid-Trend.doc (1994 kB)



## Índice

<b>1</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>4</b>
1.1	Replicar Células.....	4
1.2	Motivação.....	4
<b>2</b>	<b>Modelo de Tendências por Extrapolação.....</b>	<b>5</b>
2.1	Tendência Linear.....	6
2.2	Fator Percentual.....	6
2.3	Deslocamento Vertical.....	7
2.4	Tendência Exponencial.....	7
<b>3</b>	<b>Interface Gráfica.....</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Exemplos.....</b>	<b>10</b>
4.1	Tendência por Extrapolação Exponencial.....	10
4.2	Tendência por Extrapolação Linear.....	14
4.3	Tendência por Fator Percentual.....	15
4.4	Tendência por Deslocamento Vertical.....	17
<b>5</b>	<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>19</b>
<b>6</b>	<b>Histórico das Revisões.....</b>	<b>20</b>



# 1 Introdução

Este manual tem como objetivo apresentar o modelo matemático e sua implementação computacional do recurso de criação de tendências numéricas por extrapolação em planilhas eletrônicas da interface gráfica, presente no Sistema HydroExpert a partir da sua versão **1.6.2**.

## 1.1 Replicar Células

Um recurso disponível no *menu* suspenso de planilhas da interface gráfica permite a replicação de dados. Uma ilustração deste recurso é apresentada na Figura 1 a seguir.

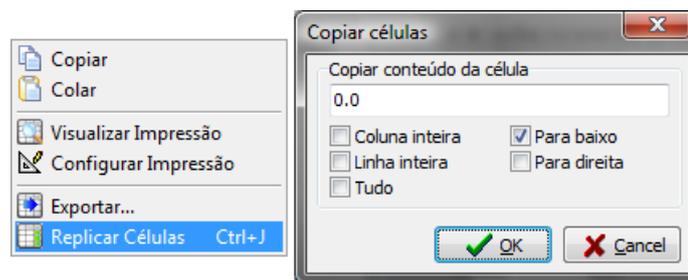


Figura 1. Recurso de replicar valores em planilhas da interface do HydroExpert.

Por se tratar de replicação de um valor escolhido pelo usuário, o resultado é limitado.

## 1.2 Motivação

Na aba “Dados > Vazões”, mesmo em situações em que se dispõe de dados oriundos de modelos de previsão de vazões, pode ser necessário determinar trechos da trajetória de vazões a partir de estimativas de ascensão ou recessão de vazões. Por exemplo, é comum ter um cenário no qual não há previsão de chuva vários dias à frente, o que motiva o uso de uma curva de recessão, normalmente representada por uma função exponencial do tipo  $Q = a.e^{b.t}$ .

Este tipo de demanda não é possível de se atender com o diálogo “Copiar Células”, apresentado na subseção anterior. Logo, esta demanda é a motivação para a criação de um recurso de criação de tendências ou extrapolações na planilha de dados de vazão e, ao mesmo tempo, extensível a outras planilhas da interface do Sistema HydroExpert.



## 2 Modelo de Tendências por Extrapolação

Vale destacar que a criação de tendências por extrapolação será por meio de ajustes de equações a partir de uma célula da planilha contendo algum tipo de trajetória de interesse. Por este motivo, a formulação apresentada a seguir deve ser entendida como uma generalização do caso discreto encontrado nas células das planilhas.

De modo geral, pode-se apresentar o problema de extrapolação como a escolha de uma coordenada  $(x_0, y_0)$  de uma trajetória de dados, identificado por um Ponto A, a partir do qual se escolhe uma função de tendência  $y$ . Para melhor caracterizar o tipo de tendência, deve-se estipular se a extrapolação será de crescimento ou de redução, conforme demonstrado na ilustração da Figura 2.

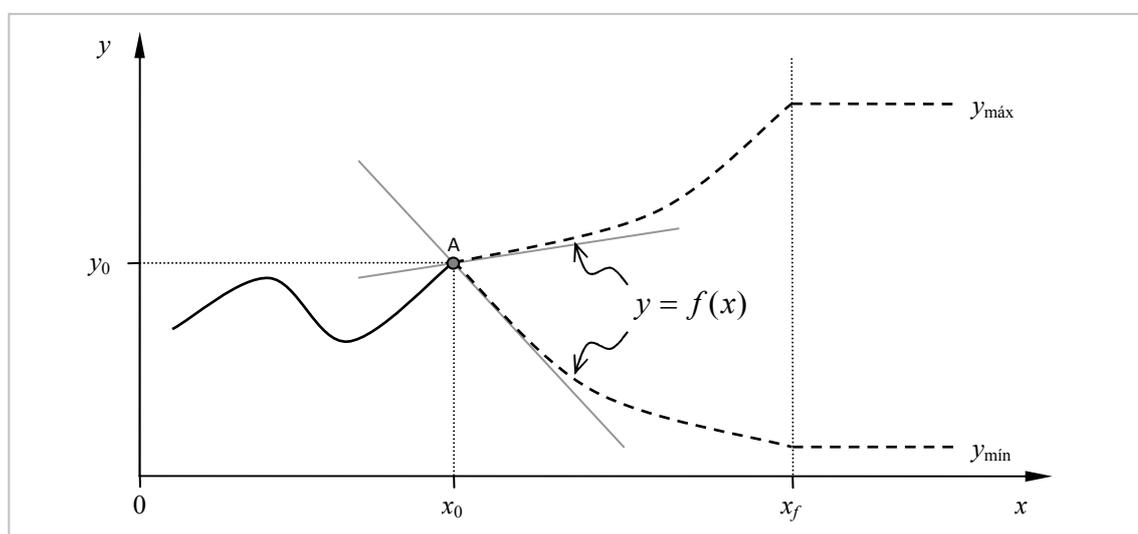


Figura 2. Ilustração da criação de tendências.

Para o ajuste de parâmetros das funções  $f(x)$ , serão fornecidas como dados de entrada as coordenadas do Ponto A  $(x_0, y_0)$  e a estimativa da derivada dessa função no mesmo ponto, conforme determinado pelas equações (1) e (2).

$$y_0 = f(x_0) \quad (1)$$

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} = k \quad (2)$$

A estimativa de inclinação a partir do Ponto A será denominada de  $k$  e pode ser calculada por diferenças finitas, como estipulado na Equação (3) a seguir. Essa estimativa é apresentada na Figura 2 como tangentes no Ponto A, para os exemplos de funções de ascensão ou recessão.

$$k \cong \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (3)$$



Esta estimativa será fornecida pelo usuário no momento de utilizar o recurso de tendências. Uma forma rápida de se calcular  $k$  pode ser a identificação de uma taxa de aumento ou redução logo a partir do valor  $y_0$ , lembrando-se que o incremento em  $x$  será dado pela próxima célula da planilha. Por exemplo, se  $y_0$  for igual a 50 e se deseja uma tendência de redução de 5% em cada passo da variável  $x$ , então  $k$  pode ser estimado por  $-2,5$ .

Por precaução numérica, estipulam-se os limites mínimo e máximo para os valores da função  $f(x)$ , conforme apresentado na ilustração da Figura 2 e sumarizado na Equação (4). Estes parâmetros para o cálculo poderão ser alterados pelo usuário no uso do recurso de tendências.

$$y_{\min} \leq f(x) \leq y_{\max} \quad (4)$$

Nas próximas seções serão apresentados os tipos de tendência implementados na versão 1.6.2 do HydroExpert.

---

## 2.1 Tendência Linear

O ajuste linear será definido pela Equação (5).

$$f(x) = a + b.x \quad (5)$$

Considerando que a reta passará pelas as coordenadas  $(x_0, y_0)$  e que a estimativa  $k$  é igual à inclinação da equação linear, os coeficientes da Equação (5) podem ser calculados como:

$$a = y_0 - k.x_0 \quad (6)$$

$$b = k \quad (7)$$

Note-se que um valor positivo para a estimativa  $k$  fornece uma tendência linear de crescimento dos valores da função a partir do ponto A e, de forma análoga, um valor negativo de  $k$  fornece uma tendência linear de redução dos valores da função  $f(x)$ .

---

## 2.2 Fator Percentual

Por conveniência do usuário e semelhante ao modelo linear, pode-se aproveitar o modelo linear para a criação de tendências por meio da aplicação de um fator percentual, de redução ou aumento, dos valores já preenchidos na planilha. Em outras palavras, este modelo simples permite aplicar um deslocamento percentual dos valores já preenchidos na planilha.

Neste caso específico, a função de tendência deixa de ser dependente de  $x$ , explicitando um fator multiplicador em  $y$ , conforme determinado pela Equação (8).



$$y = y(1 + \frac{a}{100}) \quad (8)$$

O fator percentual será fornecido pelo usuário e por padronização será denominado de  $k$ . O modelo passa a ter apenas um parâmetro, o qual será igualado à entrada de dados  $k$ , conforme a Equação (9).

$$a = k \quad (9)$$

Um exemplo na próxima seção deixará mais claro o uso deste tipo de fator percentual.

---

## 2.3 Deslocamento Vertical

De forma semelhante ao apresentado no modelo de fator percentual, pode-se aproveitar o modelo linear para a criação de tendências por meio da soma de um fator constante, de redução ou aumento, dos valores já preenchidos na planilha. Em outras palavras, este modelo simples permite aplicar um deslocamento vertical nos valores já preenchidos na planilha.

Para este caso específico, semelhante ao anterior, a função de tendência deixa de ser dependente de  $x$ , explicitando a soma de um valor constante ao valor  $y$  presente na planilha, conforme determinado pela Equação (10).

$$y = y + a \quad (10)$$

A constante de deslocamento será fornecida pelo usuário e por padronização será denominada de  $k$ . O modelo passa a ter apenas um parâmetro, o qual será igualado à entrada de dados  $k$ , conforme a Equação (11).

$$a = k \quad (11)$$

Um exemplo na próxima seção deixará mais claro o uso deste tipo de deslocamento vertical.

---

## 2.4 Tendência Exponencial

O ajuste exponencial será definido pela Equação (12).

$$f(x) = a.e^{b.x} \quad (12)$$

Considerando que a equação exponencial passará pelas as coordenadas  $(x_0, y_0)$ , e que  $k$  seja uma estimativa da derivada neste ponto, os coeficientes da Equação (12) podem ser calculados como:

$$a = y_0 \cdot e^{-\frac{k}{y_0} \cdot x_0} \quad (13)$$



$$b = \frac{k}{y_0} \quad (14)$$

Assim como para o ajuste linear, note-se que um valor positivo para a estimativa  $k$  fornece uma tendência exponencial de crescimento dos valores da função a partir do ponto A e, de forma análoga, um valor negativo de  $k$  fornece uma tendência exponencial de redução dos valores da função  $f(x)$ .

### Vazões de Recessão

Sabe-se que um modelo para representar a situação de recessão no hidrograma de um ponto de interesse qualquer utiliza uma função exponencial semelhante à apresentada na Equação (12). No entanto, essa modelagem utiliza um *Coefficiente de Recessão*  $c$ , a partir de uma vazão conhecida  $Q_0$ , determinando a seguinte equação:

$$Q_t = Q_0 \cdot e^{-c(t-t_0)} \quad (15)$$

O coeficiente  $c$  é denominado de *Constante Característica* ou *Constante de Recessão* da bacia hidrográfica. Essa constante pode ser determinada na curva de recessão dos hidrogramas de cheias históricas do local de interesse, calculada como o inverso do intervalo de tempo  $\Delta t$  necessário para a afluência decrescer 37% (baseado em Damázio, 2001). Logo:

$$c = \frac{1}{\Delta t} \quad (16)$$

Adotando-se  $t_0 = 0$ , uma vez que no uso do assistente de tendências a célula escolhida como início da trajetória terá internamente o índice zero, pode-se fazer uma equivalência dos coeficientes das Equações (13) e (14) para se escrever o parâmetro  $k$  em função do coeficiente de recessão:

$$\begin{aligned} a &= y_0 \\ b &= \frac{k}{y_0} = -c \end{aligned} \quad (17)$$

Logo, pode-se determinar o valor de  $k$  conhecendo-se o coeficiente de recessão do hidrograma.

$$k = -\frac{y_0}{\Delta t} \quad (18)$$

Na próxima seção será apresentada a interface gráfica de acesso ao cálculo de tendências e na seqüência serão apresentados alguns exemplos com tendências por extrapolação por meio de planilhas da interface do Sistema HydroExpert.



### 3 Interface Gráfica

De forma semelhante ao que foi apresentado na Introdução, apresenta-se na Figura 3 o novo item de *menu* suspenso em planilhas, denominado de “Tendências...” e o diálogo resultante “Tendência por Extrapolação”.

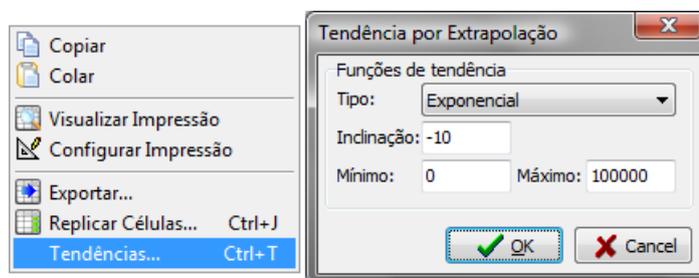


Figura 3. Recurso criação de tendências por extrapolação em planilhas da interface do HydroExpert.

Este item de *menu* pode estar desabilitado, caso a planilha tenha a edição de dados bloqueada.

O diálogo de cálculo de tendências possui a seguinte descrição de opções:

#### Diálogo “Tendência por Extrapolação”

- **Tipo:** tipo da função de tendência: (Linear, Exponencial, Percentual ou Deslocamento vertical). Veja os detalhes do modelo na seção 2. Modelo de Tendências por Extrapolação.
- **[Inclinação]:** quando o tipo escolhido for o Linear ou o Exponencial, nesta caixa fornece-se a estimativa para a derivada da função de tendência no ponto inicial. O ponto inicial corresponde à célula da planilha escolhida pelo usuário ao ativar a opção “Tendências...”.
- **[Fator]:** quando o tipo escolhido for o Percentual, nesta caixa fornece-se o valor do percentual a ser aplicado os dados existentes na coluna da planilha.
- **[Constante]:** quando o tipo escolhido for o Deslocamento vertical, nesta caixa fornece-se o valor da constante a ser somada aos dados existentes na coluna da planilha.
- **Mínimo:** valor mínimo limite para o cálculo dos valores de tendência.
- **Máximo:** valor máximo limite para o cálculo dos valores de tendência.

Vale destacar que os valores preenchidos pelo usuário são persistidos no Registro do Windows, ou seja, quando o usuário retornar ao diálogo “Tendência por Extrapolação”, serão apresentadas as opções fornecidas no último uso.



## 4 Exemplos

Nesta seção apresentam-se alguns exemplos de uso do recurso de criação de tendências por extrapolação em planilhas da interface do sistema HydroExpert.

### 4.1 Tendência por Extrapolação Exponencial

Para ilustração do uso séries de tendências, criou-se um estudo com uma semana de horizonte e com discretização horária com a UHE Furnas. Preencheu-se a aba “Dados > Vazões > Por Usina > Planilha” com o valor de 100 m<sup>3</sup>/s até às 12h de um dia qualquer. Na célula correspondente a este intervalo, acionou-se o diálogo de tendências por extrapolação com uma estimativa de inclinação de “-10”, ou seja, uma indicação de redução das vazões a uma taxa inicial de 10 m<sup>3</sup>/s a cada hora. Este cenário é apresentado na Figura 4.

Intervalo	Furnas [m³/s]
15/07 00-01	100.0
01-02	100.0
02-03	100.0
03-04	100.0
04-05	100.0
05-06	100.0
06-07	100.0
07-08	100.0
08-09	100.0
09-10	100.0
10-11	100.0
11-12	100.0
12-13	0
13-14	0
14-15	0
15-16	0

Figura 4. Exemplo de tendência por extrapolação de função exponencial.

Como resultado, a planilha de vazões incrementais é preenchida com uma série de dados respeitando a equação exponencial de redução das vazões. Uma visualização gráfica desta série é apresentada na Figura 5 a seguir.

Note-se na Figura 5 que o limite mínimo foi ativado durante o cálculo dos valores de tendência. Este recurso é interessante em se tratando de vazões, pois o usuário pode informar como limite mínimo a vazão de base do hidrograma de vazões em estudo. Este tipo de uso do limite mínimo é ilustrado na continuação deste exemplo, a seguir.

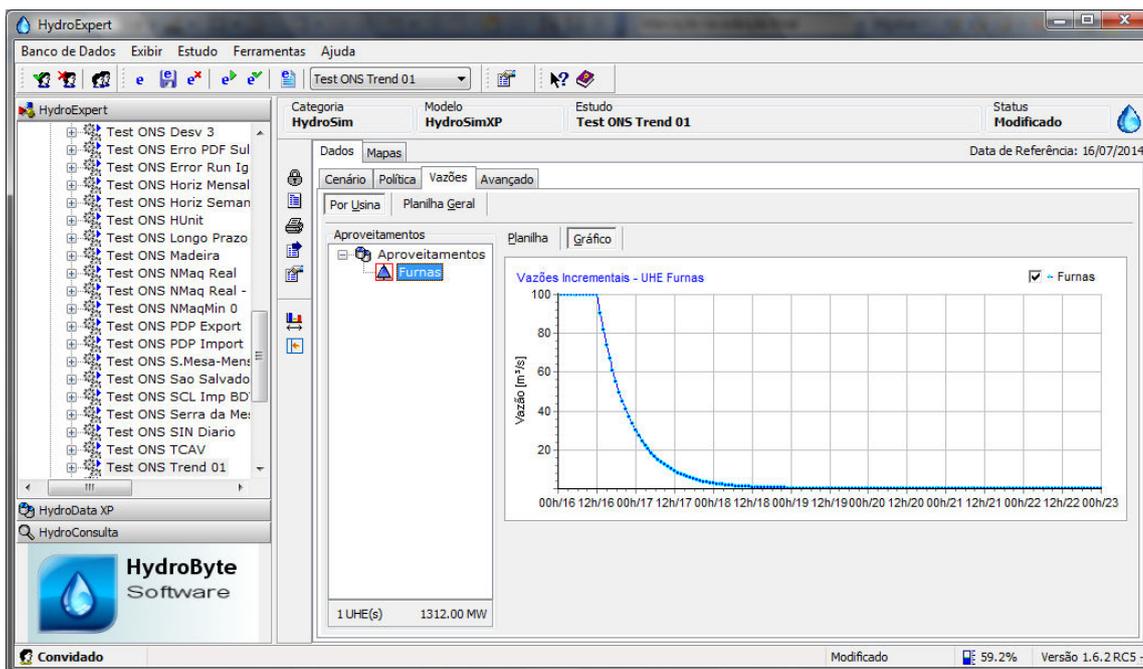


Figura 5. Resultado de tendência por extrapolação de função exponencial ( $k = -10$ ;  $y_{min} = 0$ ).

Para complemento, demonstrando a facilidade de se repetir o processo de criação de tendências, retornou-se a planilha de vazões e alterou-se a estimativa de inclinação para “-2”, ou seja, fixando uma taxa inicial de redução de 2 m³/s por hora, como pode ser observado na Figura 6. O limite mínimo foi alterado para “20”, fazendo referência a uma vazão de base do hidrograma de 20 m³/s.

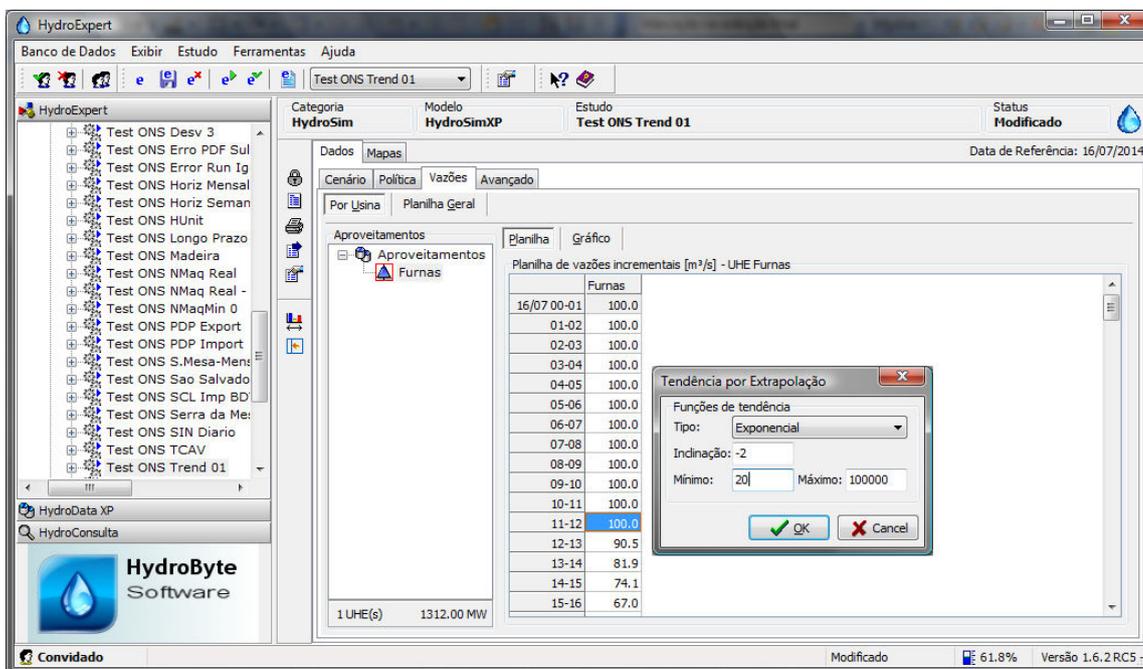


Figura 6. Exemplo de edição de tendência por extrapolação de função exponencial.



O resultado é apresentado na Figura 7 na forma de um gráfico da nova trajetória de tendência por extrapolação exponencial.

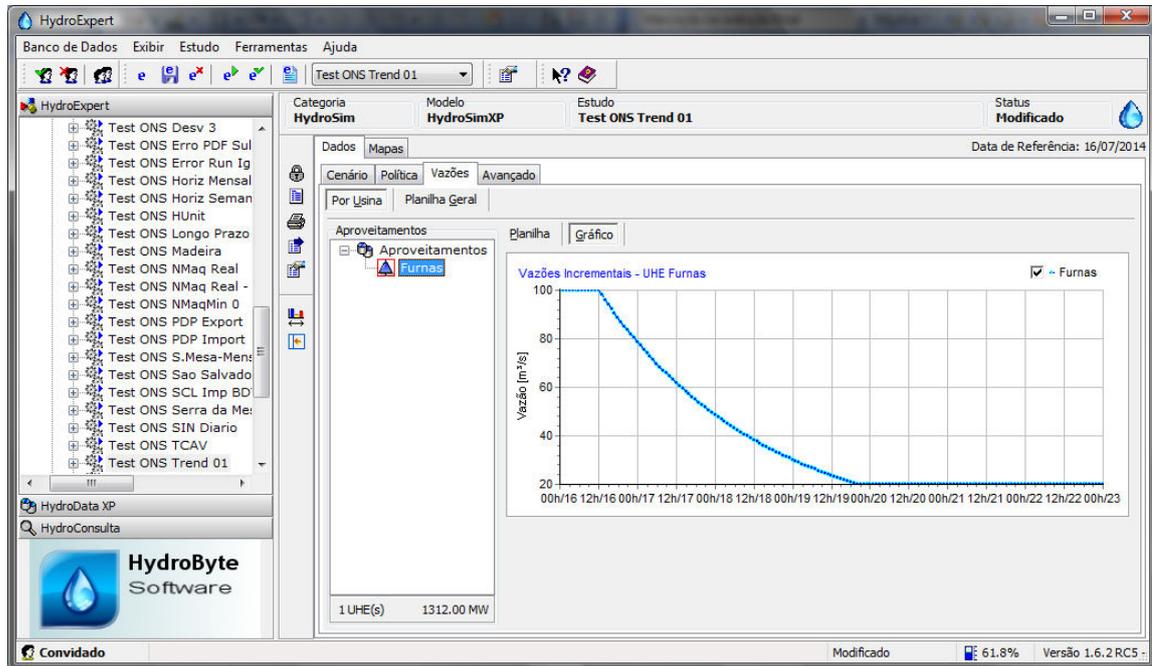


Figura 7. Resultado de tendência por extrapolação de função exponencial ( $k = -2$ ;  $y_{min} = 20$ ).

Note-se que a persistência de dados ajuda o usuário a encontrar o melhor perfil da função de tendência, uma vez que é fácil aprimorar as estimativas iniciais que aparecem a cada acesso ao diálogo “Tendência por Extrapolação”.

### Vazões de Recessão

Conforme determinado na seção 2.4. Tendência Exponencial, pode-se utilizar o cálculo de tendências por extrapolação exponencial para o cálculo de vazões de recessão, determinando para isso o valor do coeficiente  $k$  em função da constante característica da bacia e da vazão inicial do processo de recessão.

Para ilustração do uso de tendências exponenciais e curvas de recessão, considere uma bacia hidrográfica cujo o período característico de redução das vazões tem 3 dias de duração e uma vazão inicial de 12000 m<sup>3</sup>/s. Deseja-se calcular a curva de recessão até que as vazões atinjam o limite mínimo de 1000 m<sup>3</sup>/s. Considerando um estudo com discretização horária e utilizando a Equação (18), pode-se calcular o valor de  $k$ :

$$k = -\frac{12000}{3.24} \cong -166.667 \quad [1/h]$$

Na Figura 8, a seguir, demonstra-se o preenchimento dos dados de tendência exponencial para este exemplo.

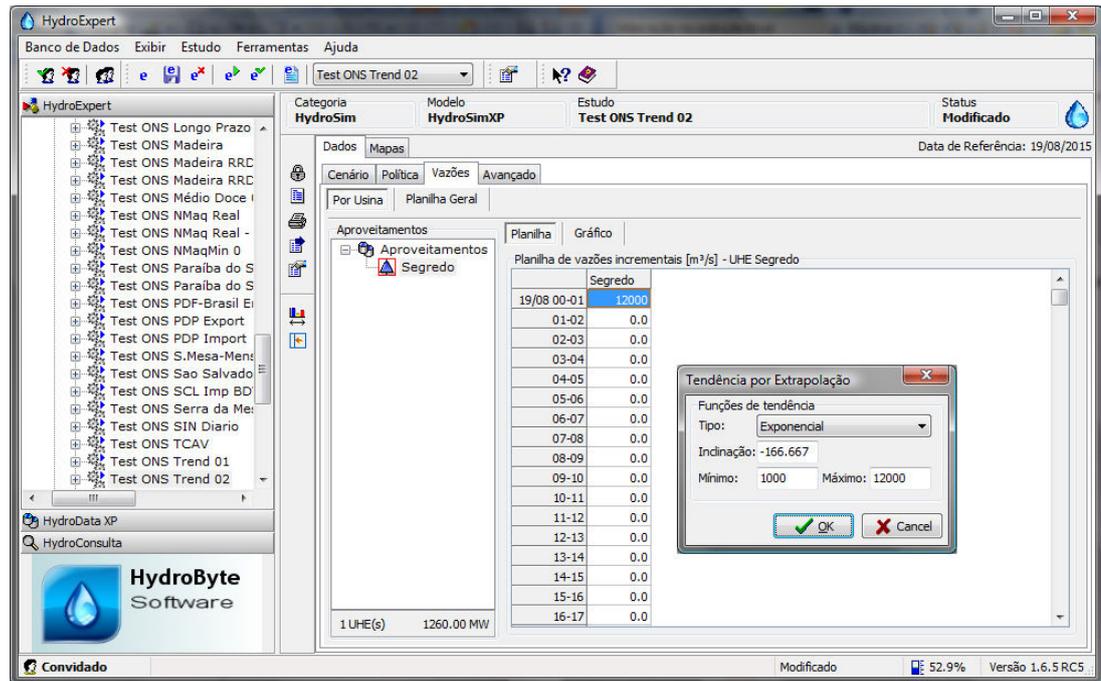


Figura 8. Exemplo de utilização de tendência por extrapolação de função exponencial para cálculo de vazões de recessão.

O resultado é apresentado na Figura 9 na forma de um gráfico da nova trajetória de tendência por extrapolação exponencial demonstrando o comportamento das vazões de recessão.

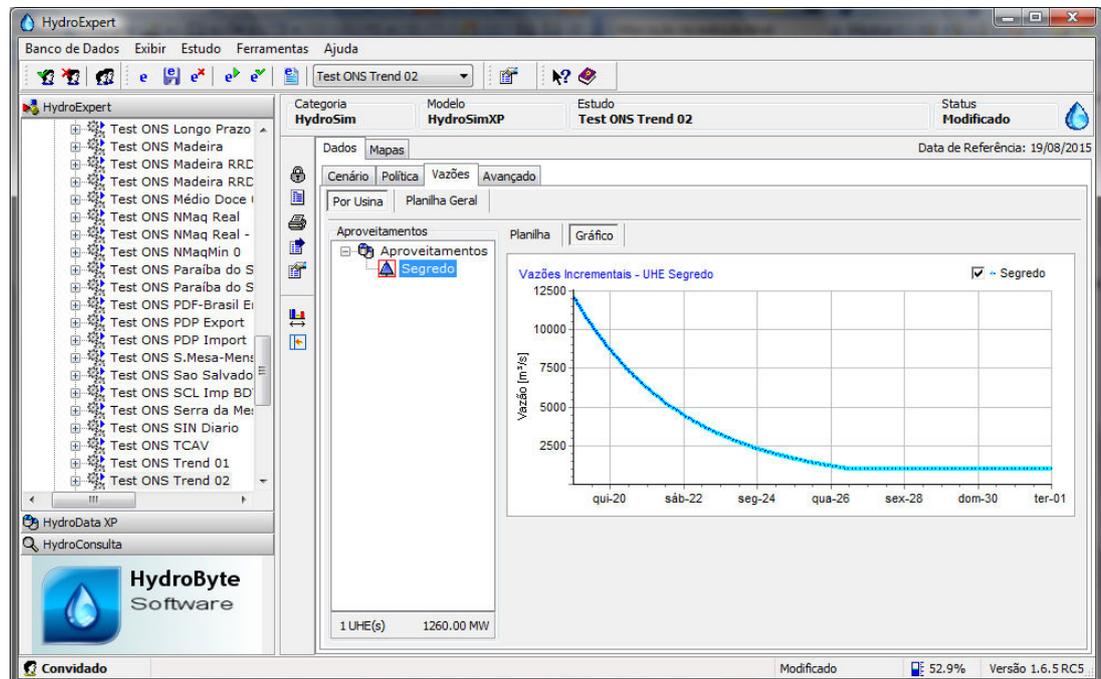


Figura 9. Resultado de tendência por extrapolação de função exponencial para cálculo de vazões de recessão ( $k = -166,67$ ;  $y_{min} = 1000$ ).

Apenas para verificação matemática, pode-se calcular o intervalo de tempo necessário para o decaimento das vazões até o valor de  $1000 \text{ m}^3/\text{s}$ , conforme salientado por Damázio (2001).



$$t_f = \frac{1}{c} \ln\left(\frac{y_0}{y_f}\right) = 72 \cdot \ln\left(\frac{12000}{1000}\right) \cong 178,91 \text{ [h]}$$

O valor de 178,9 h que equivale a aproximadamente 7,45 dias, o que pode ser confirmado nos resultados apresentados na Figura 9.

## 4.2 Tendência por Extrapolação Linear

De forma análoga ao exemplo com função exponencial, pode-se criar uma tendência de redução ou aumento dos valores em planilhas por meio de uma extrapolação com funções lineares.

Para ilustração do uso séries lineares, ainda utilizando o estudo com discretização horária com a UHE Furnas apresentando na subseção anterior, preencheu-se a aba “Dados > Vazões” com o valor de 100 m<sup>3</sup>/s até às 12h de um dia qualquer. Neste intervalo, aplicou-se o diálogo de tendências por extrapolação linear com uma estimativa de inclinação de “+10”<sup>1</sup>, ou seja, uma indicação de aumento das vazões a uma taxa inicial de 10 m<sup>3</sup>/s a cada hora.

Para ilustrar também o uso dos limites do cálculo, configurou-se o valor máximo de “1500” para os valores de vazão extrapoladas pela função linear. Este cenário de criação de tendências é apresentado na Figura 10.

Planilha	Gráfico
Planilha de vazões incrementais [m <sup>3</sup> /s] - UHE Furnas	
Furnas	
16/07 00-01	100,0
01-02	100,0
02-03	100,0
03-04	100,0
04-05	100,0
05-06	100,0
06-07	100,0
07-08	100,0
08-09	100,0
09-10	100,0
10-11	100,0
11-12	100,0
12-13	0
13-14	0
14-15	0
15-16	0

Figura 10. Exemplo de tendência por extrapolação de função linear ( $k = +10$ ;  $y_{max} = 1500$ ).

<sup>1</sup> O sinal de “+” é opcional.



Como resultado, a planilha de vazões incrementais é preenchida com uma série de dados respeitando a equação linear de aumento das vazões. Uma visualização gráfica desta série é apresentada na Figura 11 a seguir.

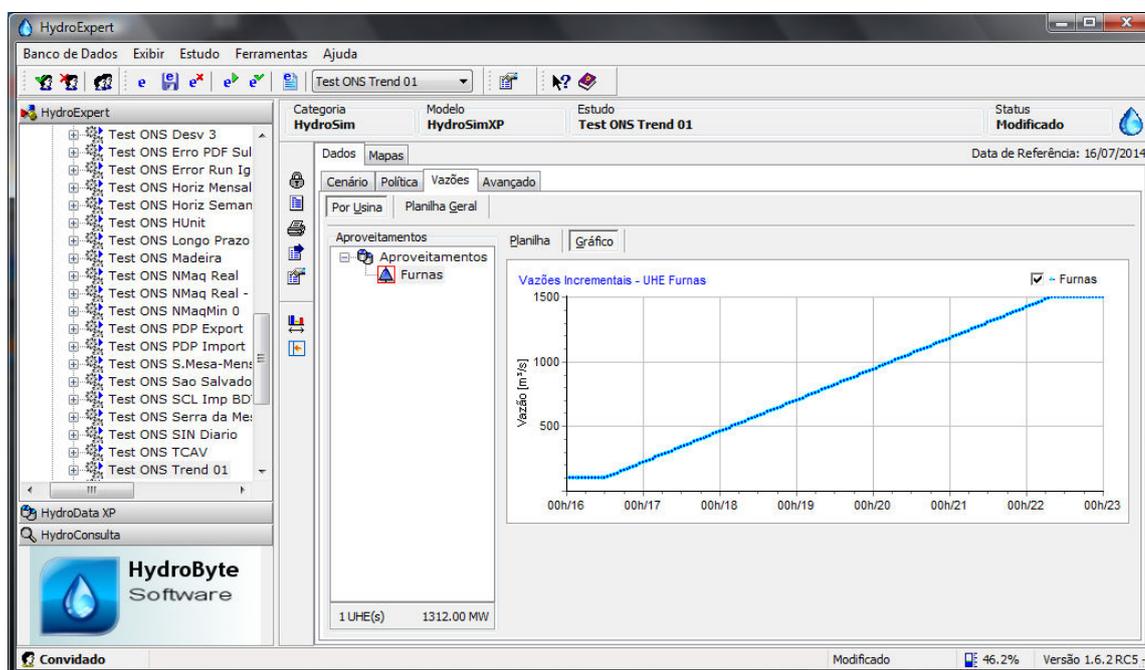


Figura 11. Resultado de tendência por extrapolação de função linear ( $k = +10$ ;  $y_{max} = 1500$ ).

Note-se que o limite máximo de 1500 m<sup>3</sup>/s foi atingido no início do último dia do horizonte, criando um patamar de valores de vazão incremental.

### 4.3 Tendência por Fator Percentual

Utilizando-se o exemplo anterior, pode-se aplicar um fator percentual aos dados preenchidos no modelo Linear. O exemplo a seguir aplica um fator de aumento de 10% nos resultados da subseção anterior, conforme ilustrado na Figura 12.

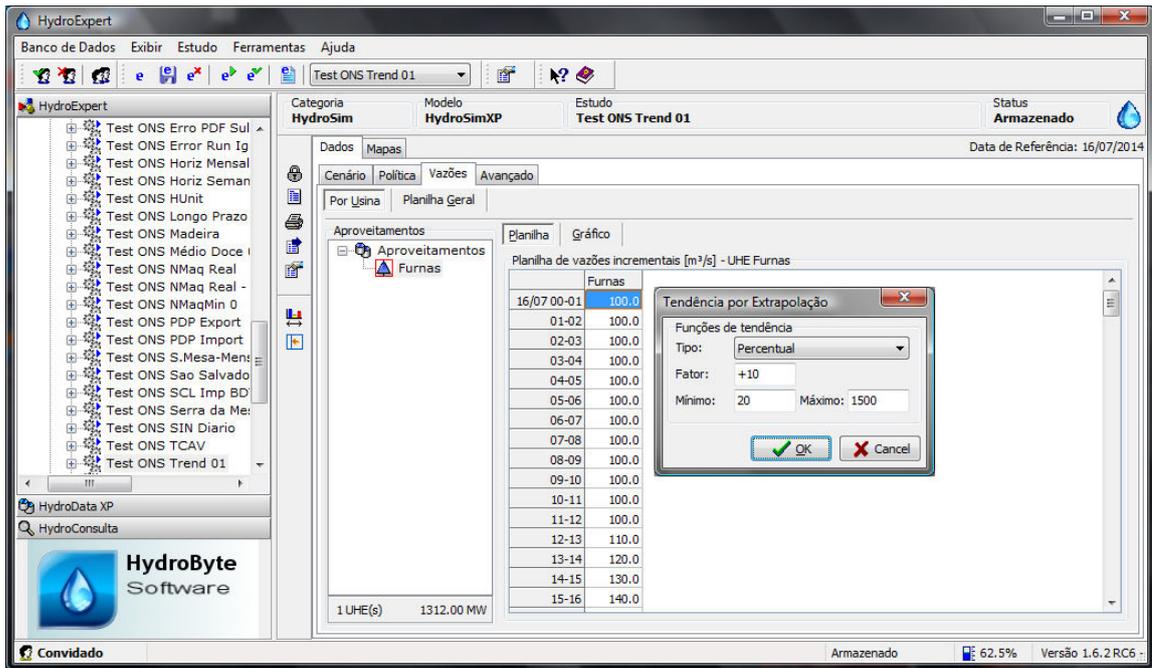


Figura 12. Exemplo de tendência por fator percentual ( $k = +10$ ).

Como resultado, a planilha é preenchida com um fator de acréscimo de 10% para cada valor pré-existente na planilha. Uma visualização gráfica desta série é apresentada na Figura 13.

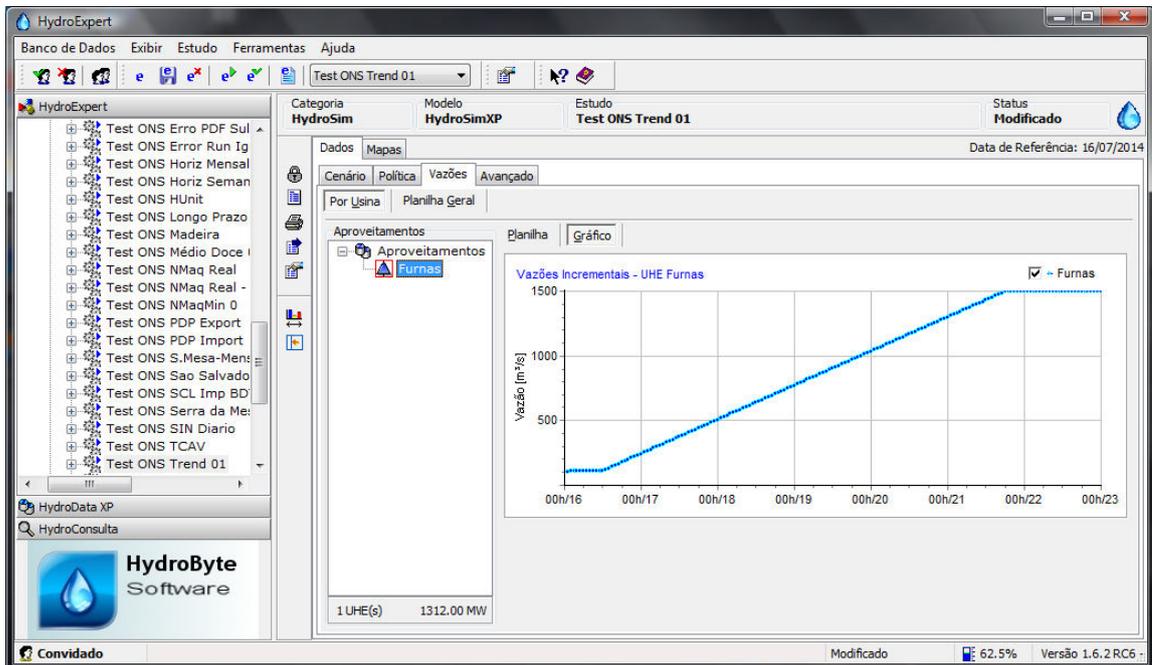


Figura 13. Resultado de tendência por fator percentual ( $k = +10$ ).

Para facilitar a comparação dos resultados, mostram-se na Figura 14 as trajetórias antes e depois da aplicação do fator de aumento de 10%.

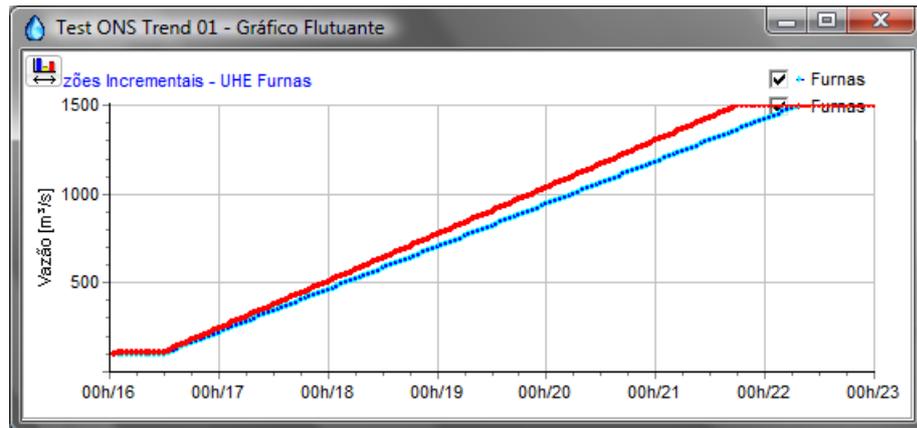


Figura 14. Comparação do resultado de aplicação do fator percentual ( $k = +10$ ).

#### 4.4 Tendência por Deslocamento Vertical

Para exemplificar o caso simples de se aplicar um deslocamento vertical aos valores pré-existent na planilha, neste caso será ilustrado um caso de aplicação do modelo em dois conjuntos distintos de células. Inicialmente, todos os valores serão preenchidos com 100 m³/s e na sequência será somado um valor de aumento e depois subtraído o mesmo valor para redução, conforme ilustrado na Figura 12.

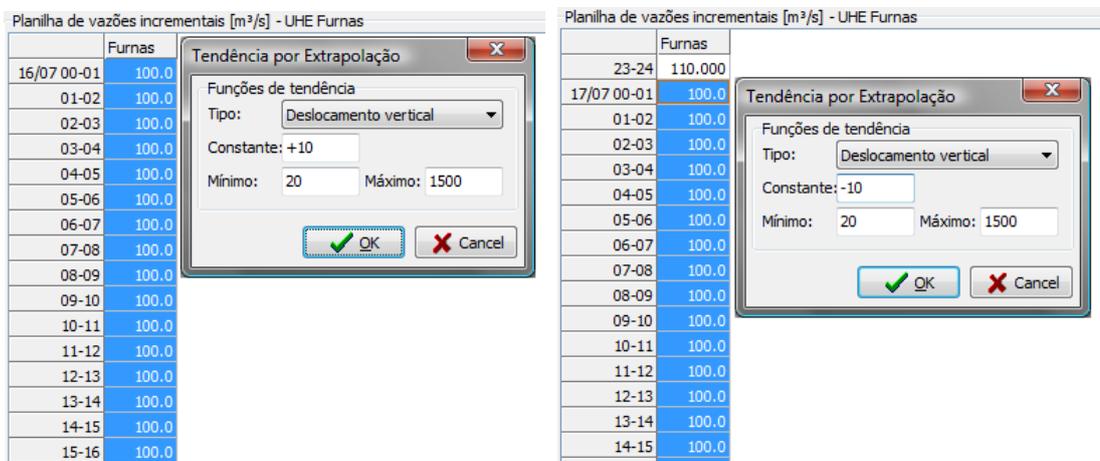


Figura 15. Exemplo de tendência por deslocamento vertical ( $k_1 = +10$ ;  $k_2 = -10$ ).

Como resultado, a planilha é preenchida com dois patamares, o primeiro de aumento e o segundo de redução, em relação ao valor original de 100 m³/s. Uma visualização gráfica desta série é apresentada na Figura 13.

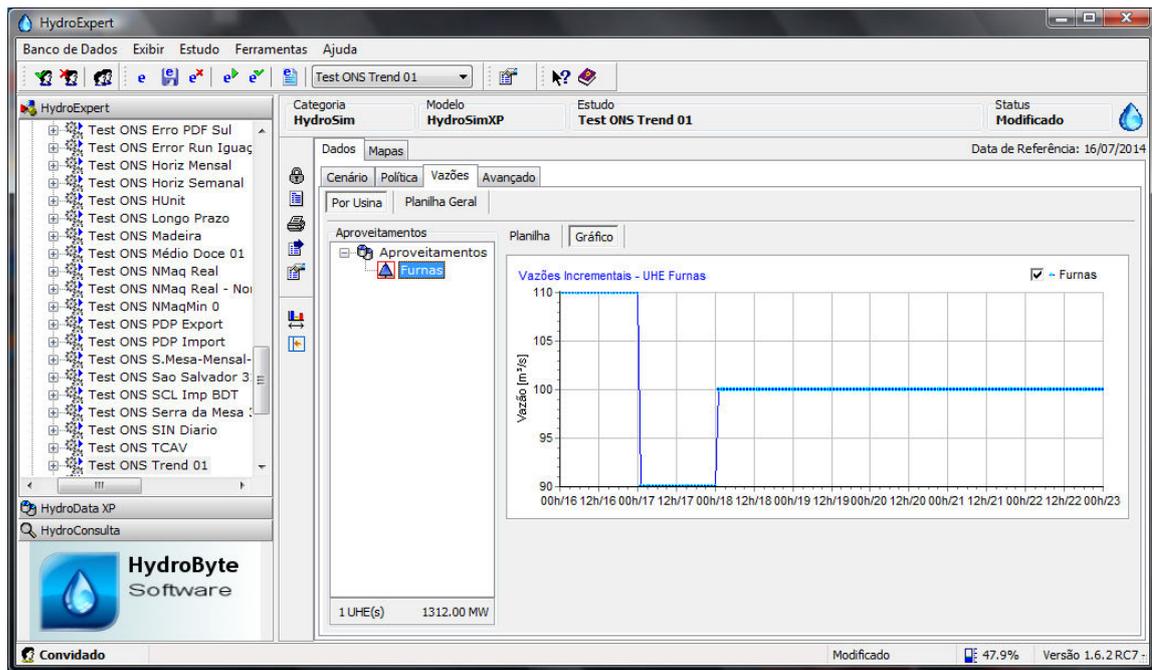


Figura 16. Resultado de tendência por deslocamento vertical ( $k_1 = +10$ ;  $k_2 = -10$ ).

Encerra-se aqui a apresentação de exemplos do novo recurso de criação de tendências por extrapolação em planilhas da interface do Sistema HydroExpert.



---

## 5 Referências Bibliográficas

DAMÁZIO, Jorge Machado. **Programa DIAG**: Especificação Técnica. [S.l.: s.n.]. 2001. 18p.

HYDROBYTE SOFTWARE. **HydroSim XP**: Manual do Usuário. [S.l.: s.n.]. 2011. 26 p. Disponível em: <[www.hydrobyte.com.br](http://www.hydrobyte.com.br)>. Acesso em: 11 jun. 2012.



## 6 Histórico das Revisões

Controle de conteúdo das revisões deste documento.

*Quadro 1. Controle de revisões.*

Versão	Data	Anotação
1.3	21/08/2015	Adição da descrição sobre como utilizar o coeficiente k na tendência por Extrapolação Exponencial para cálculo de vazões de recessão por meio da constante característica da bacia hidrográfica.
1.2	27/08/2014	Adição da opção por selecionar um conjunto de células antes de se aplicar o cálculo de tendências.
1.1	16/08/2014	Adição das opções de tendências por Fator Percentual e Deslocamento Vertical.
1.0	02/08/2014	Versão de lançamento do documento.